1.E) DOKAŽITE INDUKCÍ PODLE n

$$\prod_{i=2}^{n} \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}$$

① $n = 2$

$$\frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

② $n \to n+1$

$$\prod_{i=2}^{n+1} \frac{i-1}{i} = \prod_{i=2}^{n} \frac{i-1}{i} \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right) =$$

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{n}{n+1} = \frac{1}{n+1}$$

2) $4 \mid (6n^2 + 2n)$

① $4 \mid 6 \cdot 1 + 2 \cdot 1$

$4 \mid 8$ ✓

$6(n+1)^2 + 2(n+1)$

$6(n^2 - 2n + 1)$

$6n^2 - 12n + 6 + 2n + 2$

3) $\binom{0}{0} = 1$

$\binom{0}{0} = 1$ ✓

$1 = 2^0$

$$\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = 2^n + \binom{n}{k}$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = 2^n + \binom{n}{n} = 2^n + 0$$ ✓

DMA cv 6/10/14 (1)

KNOP@KAM.MFF.CUNI.CZ

KAM.MFF.CUNI.CZ/~KNOP/VYUKA/1415/DISKRETKA/

322

ZÁPOČET - MALÉ PÍSEMKY ~5
- VELKÁ PÍSEMKA 1
$\Big\} \geq 50 \Rightarrow$ POCOVINA

- DOMÁCÍ ÚKOLY $\Rightarrow$ POCOVINA
- TÝDEN ČASU

1.A) DŮKAZ INDUKCÍ PODLE n

① $1 = \frac{1}{2}(1+2)$

$1 = 1$

② $n+1 = \frac{1}{2}\left((n+1)^2 + n + 1\right)$

$n+1 = \frac{1}{2}(n^2 + 2n + 1 + n + 1)$

$n+1 = \frac{1}{2}n^2 + 3n + 2$

$\sum_{i=1}^{n} i + n + 1 = \frac{1}{2}(n^2 + n) + n + 1 = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2n + 2)$

$\frac{1}{2}(n^2 + n) + n + 1 = \frac{1}{2}((n+1)^2 + n + 1)$

1.B) $\sum_{i=1}^{n} 2i - 1 = n^2$

INDUKCÍ PODLE n

① $2 \cdot 1 - 1 = 1$

② $\sum_{i=1}^{n+1} (2i-1) = \sum_{i=1}^{n} (2i-1) + 2(n+1) - 1 =$

$= 2n + 2n + 2 - 1 = 2i + 2n + 1 = n^2$