DOMA 9/10/14 ①

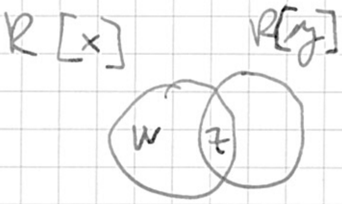
DŮKAZ: 1) PROTOŽE R JE REFLEXIVNÍ: $\forall x: xRx$

$\Rightarrow x \in R[x] \neq \emptyset$

2) SPOREM

$\exists x, y: R[x] \neq R[y] \;\&\; R[x] \cap R[y] \neq \emptyset$

$\exists w \in R[x] \setminus R[y]$



. TEDY $\exists z \in R[x] \cap R[y]$

$R[x] = \{y : xRy\}$

$$\left.\begin{array}{l} w \in R[x] \Rightarrow xRw \xRightarrow{\text{sym}} wRx \\ z \in R[x] \Rightarrow xRz \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{tranz}} wRz$$

$z \in R[y] \Rightarrow yRz \xRightarrow{\text{sym}} zRy$

$yRw \Rightarrow w \in R$

3) NAJDEME $xRy \Leftrightarrow y \in R[x]$

FUNKCE

DEF: FUNKCE ~~JE~~ (ZOBRAZENÍ) JE TAKOVÁ RELACE R, KDE $\forall x \in X\ \exists$ PRÁVĚ JEDNO $y \in Y$, ŽE xRy

FUNKCE f JE **PROSTÁ** POKUD $f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$

FUNKCE f JE **NA** (MNOŽINĚ) POKUD

$$\forall y \in Y\ \exists x : y = f(x)$$

FUNKCE f JE VZÁJEMNĚ JEDNOZNAČNÁ POKUD

JE **PROSTÁ** A **NA** MNOŽINĚ.

DCV: PRO ZOBRAZENÍ MEZI KONEČNÝMI MNOŽINAMI PLATÍ: f JE PROSTÁ $\Longleftrightarrow$ f JE NA

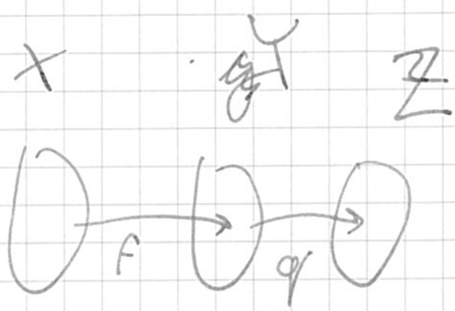
? PLATÍ TOTÉŽ NA NEKONEČNÝCH MNOŽINÁCH?

SKLÁDÁNÍ ZOBRAZENÍ

JE-LI $f: \cancel{X} \to \cancel{y}\,Y$ A $g: Y \to Z$ PAK

SLOŽENÍ $g \circ f : X \to Z$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$



DM 9/10/14

DCU: JAKÉ ZOBRAZENÍ MOHOU VZNIKNOUT SKLÁDÁNÍM ZOBRAZENÍ NA A PROSTÁ A BIJEKTIVNÍ.

ČÁSTEČNÉ USPOŘÁDÁNÍ MNOŽINY – ČUM

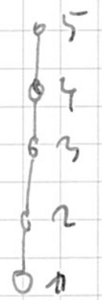
DEF.: ČÁSTEČNÉ USPOŘÁDÁNÍ JŠ JE RELACE REFLEXIVNÍ ANTISYMETRICKÁ A TRANZITIVNÍ

PŘÍKLAD: $\mathbb{N}, \leq$ .... USPOŘÁDÁNÍ PODLE VELIKOSTI

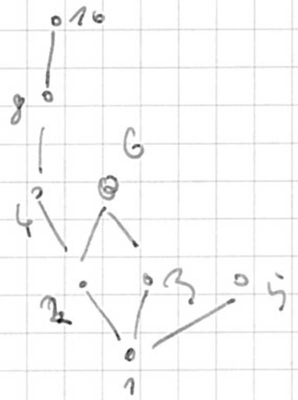
$\mathbb{N}, |$ .... PODLE DĚLITELNOSTI

ZNÁZORNĚNÍ ČUM: ŠIPKY KRESLÍME SMĚREM VZHŮRU, VYNECHÁVÁME TRANZITIVNÍ ŠIPKY

$\mathbb{N}, \leq$



$\mathbb{N}, |$



~~OSTRÉ USP.~~

KOMBINATORICKÉ POČÍTÁNÍ DM

ZNAČENÍ: $[n] = \{1, 2, 3, \dots n\}$

$[a, b] = \{a, a+1, a+2, \dots b-1, b\}$

TVRZENÍ: $f[n] \Rightarrow [m]$ JE m^n.

DŮKAZ: a) INDUKCÍ PODLE n (DCV)

$$\left.\begin{array}{l} f(1) \dots\ m \text{ MOŽNOSTÍ V } [m] \\ f(2) \dots \text{ —— '' ——} \\ \vdots \\ f(n) \text{ —— '' ——} \end{array}\right\} m^n$$

DALŠÍ POHLED JE Í $f(i)$

$$|\underbrace{[m] \times [m] \times [m] \times \dots \times [m]}_{n}| = m^n$$

i-TÁ SLOŽKA KART. SOUČINU.

TVRZENÍ: KONEČNÁ MNOŽINA NA n PRVCÍCH MÁ 2^n RŮZNÝCH PODMNOŽIN.

DŮKAZ: $A \subseteq [n]$ REPREZENTUJEME TZV. CHARAKT. FUNKCÍ $\chi_A : [n] \Rightarrow \{0, 1\}$ DEFINOVANOU

ŽE $\chi_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{PRO } x \notin A \\ 1 & \text{PRO } x \in A \end{cases}$

CHARAKTERISTICKÁ FUNKCE JEDNOZNAČNĚ ODPOVÍDAJÍ PODMNOŽINÁM: # CHAR. FCÍ = # RŮZNÝCH PODMNOŽ.

<u>TVRZENÍ:</u> POČET PROSTÝCH FCÍ $f\,[n] \to [m]$ JE

$$m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \dots (m-n-1) =$$

$$= \prod_{i=1}^{n} (m - i + 1) = \prod_{i=0}^{n-1} (m - i)$$

<u>DŮKAZ:</u>

$f(1) \dots m$ v $[m]$

$f(2) \dots (m-1)$ v $[m] \setminus f(1)$

$\vdots$

$f(\cancel{n}\, i+1) \dots (m-n)$ v $[m] \setminus \bigcup_{k=1}^{\cancel{n}\, i+1} f(k)$

PROSTÉ FCE $\longleftrightarrow$ SLOVA BEZ OPAKOVÁNÍ PÍSMEN $\longleftrightarrow$

$\longleftrightarrow$ VARIACE BEZ OPAKOVÁNÍ