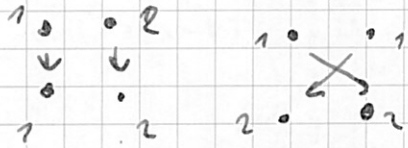
# INKLUZE EXKLUZE

## PŘÍKLAD

KOLIK JE PERMUTACÍ BEZ PEVNÉHO BODU?

PEVNÝ BOD – ZOBRAZÍ SE JAKO NA SEBE




OBA PEVNÉ ŽÁDNÝ PEVNÝ

$$\bar{S}(n) = |\{\pi \in S_n : \forall i \in \{1 \dots n\} : \pi(i) \neq i\}|$$

\# POČET VŠECH PERMUTACÍ $|S_n| = n!$

$$A_i := \{\pi \in S_n : \pi(i) = i\} \qquad |A_1| = (n-1)!$$

$$\forall i : |A_i| = (n-1)! \qquad |A_2 \cap A_1| = (n-2)!$$

$$I = \{1, 2, \dots n\}$$

$$\left|\bigcap_{i \in I} A_i\right| = (n - |I|)!$$

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{\substack{I \subseteq \{1, \dots n\} \\ I \neq \emptyset}} (-1)^{|I|-1} \cdot \left|\bigcap_{i \in I} A_i\right| =$$

$$= \sum_{I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|-1} \cdot (n - |I|)! = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \cdot (n-k)! \cdot \binom{n}{k} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{n!}{k!} (-1)^{k+1} \qquad \bar{S}(n) = n! - \sum_{k=1}^{n} \frac{n!}{k!} (-1)^{k+1}$$

## JINÁ APLIKACE PIE (PRINCIP INKL. A EXKLUZE)

EULEROVA FCE $\varphi(n)$ .. POČET ČÍSEL Z $\{1 \dots n\}$ NESOUDĚLNÝCH S $n$

~~$\varphi$~~ $\varphi(6) = 2$ $\qquad \varphi(12) = 4$

**TVRZENÍ**: NECHŤ $n$ MÁ ROZKLAD NA PRVOČÍSLA VE TVARU $n = p_1 p_2 \dots p_k$ PAK

$$\varphi(n) = n \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)$$

**DŮKAZ**: SAMI.

## ČÁSTEČNÉ USPOŘÁDÁNÍ

- RELACE NA $X$
  - REFLEXIVNÍ
  - ANTISYMETRICKÁ
  - TRANZITIVNÍ

**PŘÍKLAD**:

$(\mathbb{N}, \leq)$, $(\mathbb{R}, \leq)$

$(\mathbb{N}, |)$

$(P(X), \subseteq)$