LA ~~C~~CU

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^n$$

indukcí

1. $n = 2$

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix}$$

2. $n \rightarrow n+1$

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^{n+1} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos n\alpha \cdot \cos\alpha - \sin n\alpha \cdot \sin\alpha & -\sin\alpha \cdot \cos n\alpha - \sin n\alpha \cos\alpha \\ \sin n\alpha \cdot \cos\alpha + \cos n\alpha \cdot \sin\alpha & -\sin n\alpha \cos\alpha + \cos^2 n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(n+1)\alpha & -\sin(n+1)\alpha \\ \sin(n+1) & \cos(n+1)\alpha \end{pmatrix}$$

$\square$

CV LA 4/11/14

$$(AB)^T = B^T A^T \quad \dots \quad A \in \mathbb{R}^{M\times N},\ B \in \mathbb{R}^{N\times P}$$

$$(AB)^T_{ij} = (AB)_{ji} = \sum_{k=1}^{n} A_{jk} B_{ki} =$$

$$\sum_{k=1}^{n} A^T_{kj} B^T_{ki} = \sum_{k=1}^{n} B_{ik} A_{kj} = (B^T A^T)_{ij}$$

JE $A \cdot A^T$ SYMETRICKÁ? $\quad AA^T \stackrel{?}{=} (A\cdot A^T)^T$

$$(AA^T)^T = (A^T)^T A^T = A \cdot A^T \quad \square$$

INVERZNÍ MATICE $\quad A \cdot A^{-1} = I_n$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \dots$$ MATICE NEMÁ INVERZNÍ MATICI

CU LA 4/11/14

DOMACI UKOL

1. UKAŽTE ŽE $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

2. JAK LZE ZÍSKAT INVERZI K A^2 Z INVERZE K A

3. JAK NAOPAK $(A^2)^{-1} = X$, CO JE A^{-1}

4. NAJDETE VZOREC PRO INVERZI N-TÉ MOCNINY MATICE A

5. A JE ANTISYMETRICKÁ JE LI $A = A - A^T$

SOUČET PRVKŮ NA DIAGONÁLE SE NAZÝVÁ STOPA $tr(A)$

A ... SYM.

B ... ANT. SYM.

STOPA AB $tr(AB)$

6. PLATÍ IMPLIKACE $AB = 0 \Rightarrow A = 0 \vee B = 0$

7. ZKUSTE UHODNOUT JAK VYPADÁ INVERZNÍ MATICE K $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ NÁVOD: ZKUSTE VYNÁSOBIT $\begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}$