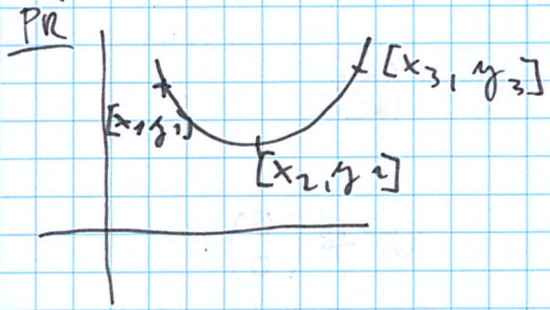
SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC (SLR)

- PROČ ŘEŠIT SLR? - KLASICKÉ ŠK. ÚLOHY
  - PROLOŽENÍ FUNKCE DANÝMI BODY
  - FYZIKA, INFORMATIKA

PŘ



CHCEME NAJÍT a, b, c ABY

$$f(x_i) = y_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$a x_i^2 + b x_i + c = y_i$$

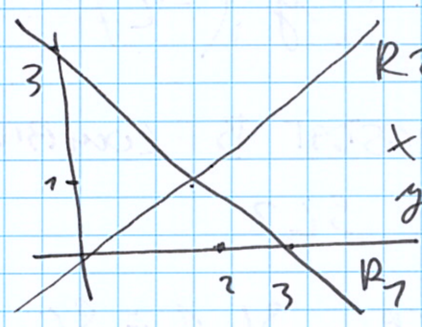
PŘ:

1D $\quad 2x = 3 \; \ldots \; x = \frac{2}{3}$

$0x = 3 \; \ldots$ NEMÁ ŘEŠENÍ

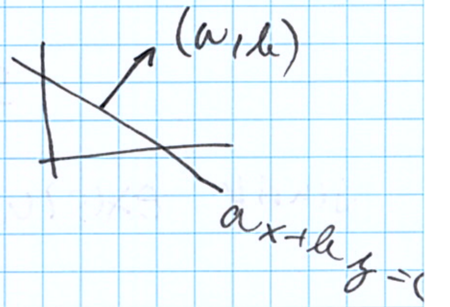
$0x = 0 \; \ldots \; \infty$ ŘEŠENÍ

2D
R1: $x + y = 3$
R2: $x - 2y = 0$



$x = 2$
$y = 1$

POHLED PO ŘÁDCÍCH
- PRŮNIK 2 PŘÍMEK
- VARIANTY ŘEŠENÍ
  - R1 ∥ R2 .... $x + y = 3$
    $x + y = 4$



  - R1 = R2 .... $x + y = 3$
    $x + y = 3$

ŘEŠENÍM JE PŘÍMKA

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x + y = 3 \right\}$$ IMPLICITNÍ ŘEŠENÍ RCE

PARAMETR. POPIS. PŘÍMKY   LA   2/10/14   (2)

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : \exists t \in \mathbb{R} : x = t,\ y = 3 - t \right\}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$$

OBECNĚ – DVA POPISY PŘÍMKY V $\mathbb{R}^2$

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : ax + b = c \right\} \qquad v \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

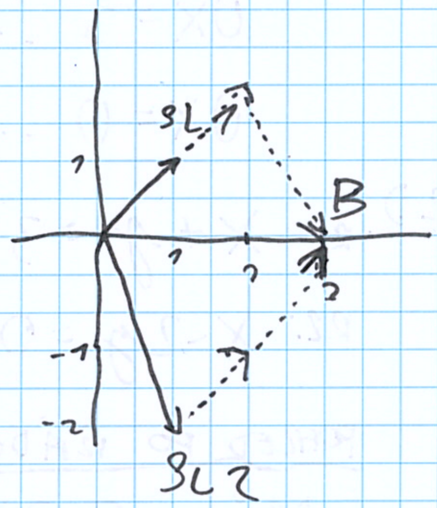
$$(a, b) \neq (0, 0)$$

$$\parallel$$

$$\{ u + t v : t \in \mathbb{R} \}$$

POHLED PO SLOUPCÍCH

$$x \overset{SL_1}{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} + y \overset{SL_2}{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$



CHCEME DOSTAT B KOMBINACÍ SL1 A SL2

PŘEKÁŽKA $SL1 = SL_2$ ....

0 NEBO ∞ ŘEŠENÍ

$SL1 = k\, SL2$ (LEŽÍ NA PŘÍMCE)

JINAK EXISTUJE JEDNOZNAČNÉ (JZN) ŘEŠENÍ ... SOUŘADNICE

MATICOVÝ POHLED

$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix} \qquad AX = \cancel{B}\, b$$

A - MATICE SOUSTAVY, X, b

$$x = A^{-1}\cdot b$$

3D R1: $x + y = 3$

R2: $x - 2y + 6z = 6$

R3: $y - z = 0$

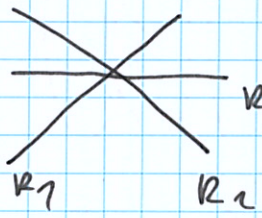
MOŽNOSTI POLOH R1, R2, R3

- TYPICKÝ $R_1 \cap R_2 \cap R_3 = \{BOD\}$
- SINGULÁRNÍ $R_1 \parallel R_2$..

CVIČENÍ - PŘÍKLAD TAKOVÉ SLR

- $R_1 = R_2 = R_3$

$$\left\{\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} : x - 2y + 6z = 6\right\}$$



ŘEŠENÍ $\{u + t\,v\}$

$u, v \in \mathbb{R}^3$

$v \neq \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$

$$\left\{\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} : \exists s, t \in \mathbb{R}^3 : z = t,\ y = s,\ x = 6 + 2s + 6t\right\}$$

OBECNĚ

$$\left\{\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} : ax + by + cz = d\right\} \quad (a, b, c) \neq (0,0,0)$$

$$\parallel$$

$$\{u + s\,v + t\,w;\ s, t \in \mathbb{R}\}$$

$v, w \neq \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$, NELEŽÍ NA SPOLEČNÉ PŘÍMCE

PO SLOUPCÍCH

$$x\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}+z\begin{pmatrix}0\\6\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\6\\0\end{pmatrix}=b$$

SL1 SL2 SL3

TYPICKY EXISTUJE JEDNO ŘEŠENÍ " SOUŘADNICE b ... SL1

ŠPATNÝ PŘÍKLAD

$SL_1 = k \cdot SL2 = l \cdot SL3$ (NAJEDNÉ PŘÍMCE NEBO ROVINĚ)

MATICOVÝ POHLED

$$\begin{pmatrix}1&1&0\\1&-2&6\\0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\6\\6\end{pmatrix}$$

SL1 SL2 SL3

$\| = A$, $\| = X$, $\| = b$

$$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots\\a_{21}&\ddots&\\\vdots&&\\a_{m1}&&a_{mn}\end{pmatrix}$$

MATICE SOUSTAVY

$AX=b$

$i=1\dots m$

$b\in\mathbb{R}^m$

$x\in\mathbb{R}^n$

a_{ij} - i-tý řádek, j-tý sloupec

OBECNÉ SLR

DEF: SOUSTAVA m LINEÁRNÍCH ROVNIC O n NEZNÁ[MÝCH]

$$a_{11}x_1+a_{12}+x_2\dots a_{1n}x_n=b_1$$
$$a_{21}x_1+a_{22}x2\dots a_{2n}x_n=b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2\dots a_{mn}x_n=b_m$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j=b$$