NEKONEČNO ∞

PŘ)

$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$

ČÁSTEČNÉ SOUČTY ... $1, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \frac{15}{8}, \dots$

$2S = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots = 2 + S \dots S = 2$

POZOR: $S' = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$

$2S' = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots = S' - 1 \dots S = -1$

PŘ)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 1 & 0 & \\ 0 & -1 & 1 & \\ 0 & 0 & -1 & \ddots \\ \vdots & \vdots & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$0 \backslash 1$

MATEMATICKÁ LOGIKA

VÝROK – TVRZENÍ O KTERÉM MÁ SMYSL TVRDIT ZDA JE PRAVDIVÉ NEBO NEPRAVDIVÝ

"PRAHA MÁ VÍCE OBYVATEL NEŽ MNICHOV" – ANO

"JAK SE MÁŠ?" – NE

"DNES JE ÚTERÝ" – NE

A = "VÝROK A JE NEPRAVDIVÝ"

LOGICKÉ SPOJKY

$\&, \wedge$: $A \& B$ JE PRAVDIVÝ PRÁVĚ KDYŽ JE PRAVDIVÍ A i B

$\vee$: $A \vee B$ JE PRAVDIVÝ PRÁVĚ KDYŽ ALESPOŇ JEDEN VÝRAZ JE PRAVDIVÝ

$\Rightarrow$: $A \Rightarrow B$ JE PRAVDIVÝ POKUD NENASTÁVÁ PŘÍPAD KDY A JE PRAVDIVÝ A B NEPRAVDIVÝ

$\Leftrightarrow$: $A \Leftrightarrow B$ JE PRAVDIVÝ POKUD JE HODNOTA OBOU VÝROKŮ STEJNÁ.

$\neg$: $\neg A$ JE PRAVDIVÝ PRÁVĚ KDYŽ A JE NEPRAVDIVÝ

PŘÍKLAD:

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(A \& (\neg B))$$

KVANTIFIKÁTORY

$\forall$ PRO VŠECHNA

$\exists$ EXISTUJE

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N} : m > n$$

$$\forall n \{3, 4, 5, \dots\}\ \forall x, y, z \in \mathbb{N} : x^n + y^n \neq z^n$$

– FERMATOVA VĚTA

TEORIE MNOŽIN

– SOUBOR PRVKŮ $\{ n : \forall x, y, z \in \mathbb{N} : x^n + y^n \neq z^n \}$

$X = \{ +, -, *, / \}$ $\quad + \in X \quad 1 \notin X$

$Z = \{ n \in \mathbb{N} : n$ JE SUDÉ $\}$

$R = \{ x : x \notin x \} \ \dots \ R \in R?$

PRÁZDNÁ MNOŽINA ... $\{\}$, $\emptyset$

MNOŽINY A, B:

$A \subset B$ ... $\forall a \in A: a \in B$

$A = B$ ... $(\forall a \in A: a \in B) \,\&\, (\forall a \in B: a \in A)$

$(A \subset B) \,\&\, (B \subset A)$

A, B DISJUNKTNÍ $A \cap B = \emptyset$

$$A \cap B = \{a \in A: a \in B\}$$

$$A \cup B = \{a: (a \in A) \vee (a \in B)\}$$

$$A \setminus B = \{a \in A: a \notin B\}$$

KARTÉZSKÝ SOUČIN

$$A \times B = \{(a,b): a \in A, b \in B\}$$

$$\{1,2,3\} \times \{1,2\} = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$$

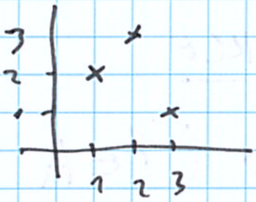
FUNKCE MNOŽINY X, Y

$F \subset X \times Y$ ... KE KAŽDÉMU $x \in X$ EXISTUJE PRÁVĚ JEDNO $y \in Y$: $(x,y) \in F$ ... $F(x) = y$

$F: X \to Y$

$X = \{1,2,3\}$

$Y = \{1,2,3\}$



$F = \{(1,2),(2,3)(3,1)\}$

$F(1) = 2$, $F(2) = 3$, $F(3) = 1$

FUNKCE $F: X \to Y$ JE <u>INJEKTIVNÍ</u> (PROSTÁ) POKUD RŮZNÝM ELEMENTŮM Z X PŘIŘAZUJE RŮZNÉ ELEMENTY Z Y

$$\forall x_1, x_2 \in X : (x_1 \neq x_2) \Rightarrow F(x_1) \neq F(x_2)$$

FUNKCE $F: X \to Y$ JE <u>SURJEKTIVNÍ</u> POKUD KAŽDÝ ELEMENT Z Y JE OBRAZEM ELEMENTU Z X

$$\forall y \in Y \; \exists x \in X : F(x) = y$$

<u>BIJEKTIVNÍ</u> $\Leftrightarrow$ INJEKTIVNÍ & SURJEKTIVNÍ

<u>PŘÍKLAD</u>

$+ : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ $\qquad +(3,4) = 7 \; \dots \; 3+4=7$

$+ \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ $\qquad +((3,4),) = 7$

$= \{(a, b, c) : a+b=c\}$

$^2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 \dots$ NENÍ SURJEKTIVNÍ ANI INJEKTIVNÍ

USPOŘÁDÁNÍ: $\forall m, n \in \mathbb{N} : (m < n) \vee (m = n) \vee (m > n)$

<u>PŘIROZENÁ ČÍSLA $\mathbb{N}$</u>

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$; OPERACE $+, *$

<u>PRINCIP MATEMATICKÉ INDUKCE</u>

NECHŤ $A \subset \mathbb{N} : A = \mathbb{N} \Leftrightarrow (1 \in A \;\&\; \forall k \in A : k+1 \in A)$

PŘÍKLAD BERNOULLIHO NEROVNOST

NECHŤ $x \geq -1$ A $n \in \mathbb{N}$: $(1+x)^n \geq 1 + nx$

$A = \{n \in \mathbb{N} : \forall x \geq -1 : (x+1)^n \geq 1 + nx\}$

- $1 \in A$: $1 + x \geq 1 + x$ .... PRAVDIVÁ
- $n \in A$: $(1+x)^n \geq (1+nx)$; $x \geq -1$

$$
\begin{aligned}
(1+x)^{n+1} &= (1+x)(1+x)^n \\
&\geq (1+x)(1+nx) = 1 + x + nx + nx^2 \\
&\geq 1 + (n+1)x
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow (n+1) \in A$

CELÁ ČÍSLA $\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

OPERACE $+, -, *$